

**Đề thi Toán vào các khối chuyên**  
**Trường ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội năm 1998**  
**(Thời gian làm bài: 180 phút)**

**Câu 1:**

1. Giải phương trình:  $\sqrt{2-x^2} + \sqrt{x^2+8} = 4$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$$

**Câu 2:** Các số  $a$  và  $b$  thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3a^2b = 98 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị biểu thức  $P = a^2 + b^2$

**Câu 3:** Cho các số  $a, b, c \in [0, 1]$

$$\text{CMR: } a^3 + b^3 + c^3 - ab - bc - ca < 1$$

**Câu 4:** Cho đường tròn  $(\epsilon)$  bán kính  $R$ .  $A$  và  $B$  là hai điểm cố định trên đường tròn,  $(AB < 2R)$ . Giả sử  $M$  là một điểm thay đổi trên cung lớn  $AB$  của đường tròn.

1. Kẻ từ  $B$  đường thẳng vuông góc với  $AM$ , đường thẳng này cắt  $AM$  tại  $I$  và cắt đường tròn  $(\epsilon)$  tại  $N$ . Gọi  $J$  là trung điểm của  $MN$ . CMR khi  $M$  thay đổi trên đường tròn thì mỗi điểm  $I, J$  đều nằm trên một đường tròn cố định

2. Xác định vị trí của điểm  $M$  để chu vi của  $\Delta ABC$  là lớn nhất

**Câu 5:** Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  sao cho mỗi số  $n + 26$  và  $n - 11$  đều là lập phương của một số nguyên dương. Cho các số  $x, y, z$  thay đổi thoả mãn điều kiện  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = xy + yz + zx + \frac{1}{2}[x^2(y-z)^2 + y^2(z-x)^2 + z^2(x-y)^2]$$